

10-25-2024

## A dynamic damage rate-based constitutive model for rock damage

MENG Xiangzhen

*School of Civil Engineering, Yulin University, Yulin 719000, China, 1215607427@qq.com*

ZHANG Huimei

*College of Sciences, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an 710054, China, zhanghuimei68mail@163.com*

LI Yugen

*School of Civil Engineering, Yulin University, Yulin 719000, China*

*See next page for additional authors*

Follow this and additional works at: <https://cge.researchcommons.org/journal>



Part of the [Earth Sciences Commons](#), [Mining Engineering Commons](#), [Oil, Gas, and Energy Commons](#), and the [Sustainability Commons](#)

---

### Recommended Citation

MENG Xiangzhen, ZHANG Huimei, LI Yugen, et al. (2024) "A dynamic damage rate-based constitutive model for rock damage," *Coal Geology & Exploration*: Vol. 52: Iss. 10, Article 12.

DOI: 10.12363/issn.1001-1986.24.02.0131

Available at: <https://cge.researchcommons.org/journal/vol52/iss10/12>

This Identification and Detection is brought to you for free and open access by Coal Geology & Exploration. It has been accepted for inclusion in Coal Geology & Exploration by an authorized editor of Coal Geology & Exploration. For more information, please contact [380940179@qq.com](mailto:380940179@qq.com).

---

# A dynamic damage rate-based constitutive model for rock damage

## Authors

MENG Xiangzhen, ZHANG Huimei, LI Yugen, YUAN Chao, and CHEN Shiguan



移动阅读

孟祥振, 张慧梅, 李玉根, 等. 基于动态损伤速率的岩石损伤本构模型[J]. 煤田地质与勘探, 2024, 52(10): 119-128. doi: 10.12363/issn.1001-1986.24.02.0131

MENG Xiangzhen, ZHANG Huimei, LI Yugen, et al. A dynamic damage rate-based constitutive model for rock damage[J]. Coal Geology & Exploration, 2024, 52(10): 119-128. doi: 10.12363/issn.1001-1986.24.02.0131

## 基于动态损伤速率的岩石损伤本构模型

孟祥振<sup>1</sup>, 张慧梅<sup>2,\*</sup>, 李玉根<sup>1</sup>, 袁超<sup>2</sup>, 陈世官<sup>2</sup>

(1. 榆林学院 建筑工程学院, 陕西 榆林 719000; 2. 西安科技大学 理学院, 陕西 西安 710054)

**摘要:** 【目的】本构模型是描述岩体变形破坏特性、表征其力学行为最有效的方法, 针对岩石受荷过程中损伤速率变化建立动态损伤演化方程及本构模型成为岩体力学重要内容。【方法】为进一步深入研究荷载作用下岩石变形破坏全过程, 将受荷岩石抽象为损伤和未损伤 2 部分, 且未损伤部分承担有效应力, 损伤部分承担残余应力, 基于动态损伤速率的演化特征, 建立动态损伤演化方程及本构模型, 通过红砂岩常规三轴压缩试验结果验证模型的合理性。【结果和结论】结果表明: 模型理论曲线可较好地反映岩石受荷损伤破坏的力学行为, 其动态损伤演化依次经过损伤不变、损伤加快扩展、损伤缓慢增加和完全损伤 4 个阶段, 分别对应理论曲线的压密-弹性变形、塑性变形、峰后软化和残余变形阶段; 随着围压的增加, 岩石动态损伤累积速率减缓, 说明围压可抑制损伤扩展, 表现为岩石抗压强度的增加和塑性特性的渐次增强; 最大损伤速率较为接近峰值点, 并在其右侧应力下降阶段, 且对应的损伤变量在不同围压下基本一致; 模型参数  $f$  增加, 岩石强度及塑性变形增加; 模型参数  $m$  减小, 岩石强度增加, 但对岩石损伤变形影响较小。通过建立的演化方程及本构模型, 探讨了最大损伤速率点的特征及模型参数对岩石强度和损伤变形的影响, 对岩石力学的发展有重要的参考价值。

**关键词:** 岩石力学; 动态损伤速率; 演化方程; 本构模型; 围压; 损伤扩展; 模型参数

**中图分类号:** TU452 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-1986(2024)10-0119-10

### A dynamic damage rate-based constitutive model for rock damage

MENG Xiangzhen<sup>1</sup>, ZHANG Huimei<sup>2,\*</sup>, LI Yugen<sup>1</sup>, YUAN Chao<sup>2</sup>, CHEN Shiguan<sup>2</sup>

(1. School of Civil Engineering, Yulin University, Yulin 719000, China; 2. College of Sciences, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an 710054, China)

**Abstract:** 【Objective】A constitutive model is identified as the most effective method for describing the deformations and failure characteristics of rocks and characterizing their mechanical behavior. Developing the equation and constitutive model for the dynamic damage evolution of rocks based on changes in their damage rates under loading is an important part of rock mechanics. 【Methods】To further investigate the whole process of rock deformations and failure under loading, rocks were divided into the damaged and undamaged parts via abstraction, with the latter bearing effective stress and the former bearing residual stress. This study established the equation and constitutive model based on the evolutionary characteristics of the dynamic damage rate and verified the rationality of the model using conventional triaxial compression experiments on red sandstones. 【Results and Conclusions】The results indicate that the theoretical curve derived from the model can effectively reflect the mechanical behavior of rock damage and failure under loading. The dynamic damage of rocks underwent four stages: unchanged damage, accelerated damage propagation, slowly increasing damage, and complete damage, which correspond to the compression and elastic deformation, plastic deformation, post-peak softening, and residual deformation stages of the theoretical curve, respectively. According to the curve,

收稿日期: 2024-02-28; 接收日期: 2024-07-03

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(12172280); 陕西省教育厅专项科研项目(23JK0765, 23JK0753)

第一作者: 孟祥振, 1992 年生, 男, 山东菏泽人, 博士, 讲师。E-mail: 1215607427@qq.com

\*通信作者: 张慧梅, 1968 年生, 女, 山西大同人, 教授, 博士生导师。E-mail: zhanghuimei68mail@163.com

© Editorial Office of Coal Geology & Exploration. OA under CC BY-NC-ND

the cumulative dynamic damage rate of rocks slowed down with an increase in the confining pressure. This indicates that confining pressure can inhibit damage propagation, as manifested by an increase in the compressive strength of rocks and a gradual enhancement of their plastic properties. The maximum damage rate was present in the stress decrease stage to the right of the curve's peak, approaching the peak. Furthermore, the damage variable corresponding to the maximum damage rate was roughly consistent under different confining pressures. An increase in model parameter  $f$  was associated with an increase in the strength and plastic deformation of rocks. In contrast, a decrease in model parameter  $m$  corresponded to an increase in the rock strength but had minor impacts on the damage and deformation of rocks. By establishing the equation and constitutive model for the dynamic damage evolution of rocks, this study explores the characteristics of the maximum damage rate and the impacts of the model parameters on rock strength and the damage and deformation of rocks, serving as a valuable reference for the development of rock mechanics.

**Keywords:** rock mechanic; dynamic damage rate; evolution equation; constitutive model; confining pressure; damage propagation; model parameter

自然界中的岩石始终处在一定应力场环境下,随着应力场的变化将引起岩石损伤破坏,利用损伤理论来研究含有缺陷的材料已被认为是较为有效的方法之一<sup>[1]</sup>。岩石作为一种典型的非均质材料,其力学性质具有复杂性和随机性<sup>[2]</sup>,难以用统一的规律来进行描述。而本构模型是描述岩体变形破坏特性、表征其力学行为最有效的方法,是反映物质宏观性质的数学模型,是求解岩体工程问题的关键,也是促进岩体力学研究向理论化与定量化方向发展的重要内容。

利用损伤理论研究岩石损伤问题,其核心内容是在确定损伤变量前提下,建立损伤模型,从而可对岩石损伤演化规律进行研究,揭示损伤机理。基于此,国内外许多学者针对岩石损伤本构关系做了大量研究。根据 Lemaitre 应变等价原理,假定岩石损伤服从 Weibull 分布<sup>[3-6]</sup>、正态分布<sup>[7]</sup>、对数正态分布<sup>[8-9]</sup>、幂函数分布<sup>[10-11]</sup>、Gaussian 分布<sup>[12]</sup>、指数分布<sup>[13]</sup>、Logistic 函数<sup>[14]</sup>等,或引入 Lode 参数<sup>[15]</sup>,或将轴向应变作为力学参量<sup>[16-17]</sup>,分别建立岩石损伤统计本构模型,可对岩石非线性变形过程进行描述。这些成果中对于损伤变量描述,幂函数分布具有不确定性,正态分布的求解精度相对较低,对数正态分布是一种较为保守的分布。另有学者基于 Drucker-Prager(D-P) 准则<sup>[18]</sup>、Mohr-Coulomb(M-C) 准则<sup>[19]</sup>、Hoek-Brown(H-B) 准则<sup>[20]</sup>、SMP 强度准则<sup>[21]</sup>和修正的 Lade-Duncan 强度准则<sup>[22]</sup>,在假设微元强度服从 Weibull 分布基础上,分别建立岩石损伤本构方程。其中,H-B 是一种经验强度准则,M-C 准则较为保守。考虑到实际工程岩石具有一定的天然缺陷,孙传猛<sup>[23]</sup>、刘志祥<sup>[24]</sup>等建立了含初始损伤影响的岩石损伤本构模型。岩石内部细观结构变化,表现出孔隙和微裂纹的增多并不断扩展,导致材料受力性能的劣化。因此,彭志雄<sup>[25]</sup>、Meng Xiangzhen<sup>[26]</sup>等结合宏-细观损伤定义之间的关系,建立了基于细观结构扩展作用下岩石损伤本构模型;李盛南等<sup>[27]</sup>将岩石细观结构描述为完整岩石、

裂纹扩展损伤和孔隙 3 个部分,利用微元体间静力平衡关系,构建岩石细观受力模型。

大多数岩石在单轴压缩下呈脆性破坏,而施加围压后,其破坏形式转为延性破坏,表现出明显的峰后软化及残余变形特性。为此,杨圣奇<sup>[28]</sup>、李树春<sup>[29]</sup>、Liu Siqu<sup>[30]</sup>等认为岩石微元破坏后仍具备一定的承载力,引入修正系数对损伤变量进行部分折减,建立了岩石修正损伤模型,虽能反映峰后的残余强度特征,但随应变的增加残余强度线性增加,与试验中岩石变形特征不符;曹瑞琅<sup>[31]</sup>、李海潮<sup>[32]</sup>、周永强<sup>[33]</sup>等提出了可考虑损伤阈值影响的岩石微元强度度量方法,建立了岩石统计损伤演化模型,但通过设置隐函数确定修正因子相对困难;曹文贵<sup>[34]</sup>、季明<sup>[35]</sup>、张超<sup>[36]</sup>等将岩石划分为未损伤与损伤两部分,建立了能反映岩石全过程变化的本构模型,其假定较为合理。

综合分析国内外学者相关研究成果可以发现,现有损伤本构模型大多基于损伤演化规律确定受荷损伤变量,引入本构模型,反映岩石受荷变形过程,研究结果对岩石脆-延性损伤过程有较好的描述,但对受荷过程中损伤速率研究较少,鲜少存在“动态损伤速率→动态损伤变量→本构模型”研究岩石受荷变形破坏思路。基于此,笔者针对岩石受荷过程中损伤速率的变化特点,提出新的假设,建立动态损伤演化方程及本构模型,并通过红砂岩常规三轴压缩试验结果验证模型的合理性,在此基础上探讨荷载作用下岩石的损伤速率和加速度,判断岩石最大损伤速率点与峰值强度的位置关系;并进一步探讨模型参数对岩石强度和变形的影响规律,以期对岩石理论探索提供价值。

## 1 荷载作用下岩石动态损伤演化方程

通过大量压缩试验可知,岩石在整个加载过程中先后经历了压密变形阶段、弹性变形阶段、塑性变形阶段、单轴压缩下的脆性破坏阶段或三轴压缩下的峰后软化

及残余变形阶段。在加载初期原有孔隙、裂纹逐渐压密闭合, 展现非线性变形; 随着荷载增加, 曲线斜率基本没有变化, 原有孔隙、裂纹进一步被压密, 但增大的荷载还不足以使岩样内部现存的孔隙、裂纹扩展延伸并产生新的孔隙、裂纹, 表现为可恢复的弹性变形, 应力-应变关系符合 Hooke 定律, 此时岩石损伤速率为 0; 在压密及弹性变形阶段之后, 开始出现损伤并缓慢增加, 但损伤速率增长较快; 继续施加荷载, 损伤会大幅增加, 损伤速率逐渐增长到最大值; 再进一步施加荷载, 损伤量持续增加, 但增加幅度减小, 该过程中损伤速率逐渐由最大值减小为 0。因此, 荷载作用下岩石损伤过程中的动态损伤速率呈先增后减的变化过程。大量研究表明, 岩石在荷载作用下损伤演化曲线近似为“S”形曲线<sup>[16]</sup>, 对应损伤速率曲线近似为正态分布曲线, 如图 1 所示。

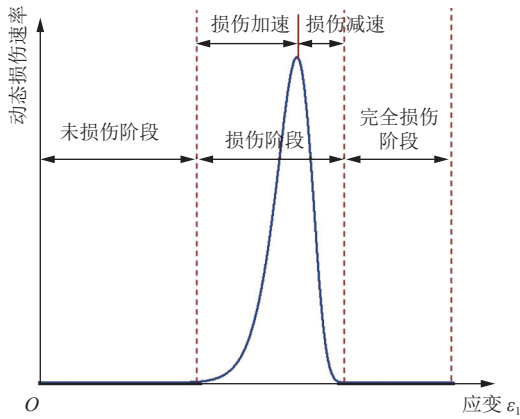


图 1 荷载作用下岩石动态损伤速率演化曲线  
Fig.1 Evolution curve of the dynamic damage rate of rocks under loading

基于此, 做如下假设: (1) 荷载作用下, 岩石损伤速率与受荷之前的未损伤和受荷过程中产生的损伤之差的比值与应变密切相关; (2) 假设(1)涉及的比值与应变满足幂函数关系, 以此建立微分方程来描述岩石动态损伤破坏过程, 即:

$$\frac{dD(\varepsilon_1)}{d\varepsilon_1} = m\varepsilon_1^{f-1} [S_0 - D(\varepsilon_1)] \quad (1)$$

解式(1)微分方程, 可得:

$$S_0 - D(\varepsilon_1) = C \exp\left(-m\frac{1}{f}\varepsilon_1^f\right) \quad (2)$$

当  $\varepsilon_1 = 0$  时,  $D(\varepsilon_1) = 0$ ,  $C = S_0$ , 则式(2)可表示为:

$$D(\varepsilon_1) = S_0 \left[ 1 - \exp\left(-m\frac{1}{f}\varepsilon_1^f\right) \right] \quad (3)$$

对式(3)求应变的导数, 可得岩石动态损伤演化速率为:

$$\dot{D}(\varepsilon_1) = S_0 m \varepsilon_1^{f-1} \exp\left(-m\frac{1}{f}\varepsilon_1^f\right) \quad (4)$$

将式(4)对应变再次求导, 可得岩石动态损伤加速度为:

$$a(\varepsilon_1) = S_0 m \varepsilon_1^{f-2} (f-1 - m\varepsilon_1^f) \exp\left(-m\frac{1}{f}\varepsilon_1^f\right) \quad (5)$$

通过岩石损伤演化过程可知, 式(5)中岩石动态损伤加速度  $a(\varepsilon_1) = 0$  可分 3 个阶段, 即:

$$a(\varepsilon_1) = 0 \begin{cases} \text{① 压密及弹性变形阶段} \\ \text{② } \varepsilon_1 = \left(\frac{f-1}{m}\right)^{\frac{1}{f-1}}, \text{ 损伤演化速率峰值点} \\ \text{③ 残余变形阶段} \end{cases} \quad (6)$$

由第①阶段演化到第②阶段过程中, 动态损伤加速度  $a(\varepsilon_1) > 0$ , 损伤速率逐渐增加, 损伤加剧; 由第②阶段演化到第③阶段过程中, 动态损伤加速度  $a(\varepsilon_1) < 0$ , 损伤速率逐渐减小, 但损伤量依旧增加; 由函数极值原理可知, 当  $\varepsilon_1 = [(f-1)/m]^{1/f-1}$  时, 岩石动态损伤速率达到最大值  $\dot{D}_{\max}$ , 为:

$$\dot{D}_{\max} = S_0 m \left(\frac{f-1}{m}\right)^{1-\frac{1}{f}} \exp\left(\frac{1}{f}-1\right) \quad (7)$$

## 2 荷载作用下岩石损伤本构模型

### 2.1 模型建立

将岩石微元总面积划分为受荷损伤与未损伤 2 部分, 未损伤部分承担有效应力, 损伤部分承担残余应力, 两部分共同承担轴向应力; 在不考虑侧向的残余强度情况下, 即侧向的荷载均由未损伤部分承担, 则:

$$\sigma_1 A_0 = \sigma'_1 A_1 + \sigma_r A_2 \quad (8)$$

$$A_0 = A_1 + A_2 \quad (9)$$

定义岩石受荷损伤变量为:

$$D(\varepsilon_1) = \frac{A_2}{A_0} \quad (10)$$

假定岩石在受荷过程中未损伤部分的本构关系遵循广义 Hooke 定律, 并根据岩石微元损伤与未损伤部分变形协调关系, 则:

$$\begin{cases} \sigma'_1 = E_0 \varepsilon'_1 + 2\mu \sigma'_3 \\ \varepsilon'_1 = \varepsilon_1 \\ \sigma'_3 = \sigma_3 \end{cases} \quad (11)$$

将式(3)、式(10)、式(11)代入式(8)可得:

$$\sigma_1 = (E_0 \varepsilon_1 + 2\mu \sigma_3 - \sigma_r) \cdot \left\{ 1 - S_0 \left[ 1 - \exp\left(-m\frac{1}{f}\varepsilon_1^f\right) \right] \right\} + \sigma_r \quad (12)$$

### 2.2 参数确定

某一围压下岩石应力-应变曲线存在以下两个几

何条件:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_p, \sigma_1 = \sigma_p \quad (13)$$

$$\left. \frac{d\sigma_1}{d\varepsilon_1} \right|_{\varepsilon_1 = \varepsilon_p} = 0 \quad (14)$$

将条件式(13)代入式(12)并化简可得:

$$\exp\left(-m \frac{1}{f} \varepsilon_p^f\right) = \frac{(\sigma_p - \sigma_r) - (1 - S_0)(E_0 \varepsilon_p + 2\mu\sigma_3 - \sigma_r)}{S_0(E_0 \varepsilon_p + 2\mu\sigma_3 - \sigma_r)} \quad (15)$$

对式(12)求应变的导数,并将条件式(14)代入化简可得:

$$f = \frac{E_0 \varepsilon_p [1 - S_0(1 - k)]}{(E_0 \varepsilon_p + 2\mu\sigma_3 - \sigma_r) k \ln k} \quad (16)$$

在式(16)中,  $k = \exp\left(-m \frac{1}{f} \varepsilon_p^f\right)$ , 反推可得:

$$m = f \varepsilon_p^{-f} \ln \frac{1}{k} \quad (17)$$

将式(15)分别代入式(16)、式(17),可得模型参数  $f$  和  $m$  的具体表达式。

### 3 力学特性试验及模型验证

#### 3.1 红砂岩力学特性试验

为了验证本文推导的本构模型,特别进行了红砂岩常规三轴压缩力学特性试验。试验将红砂岩加工成直径 50 mm、高 100 mm 的圆柱体标准试样,见表 1。以制作的标准岩样为基准,荷载作用下逐渐产生损伤,因此假定岩样未受荷时内部不存在损伤,则  $S_0 = 1$ ;对岩样分别在围压 0、2、4、6 MPa 环境下进行常规三轴压缩力学特性试验,获得不同围压下红砂岩的力学参数及破坏模式,结果如图 2 所示,破坏模式见表 1。单轴压缩下,红砂岩破坏形式为脆性破坏,其残余强度较小且极难获取,因此,将围压 0 MPa 时残余强度设定为 0 MPa。

表 1 不同围压作用下红砂岩破坏模式  
Table 1 Failure modes of red sandstones under different confining pressures

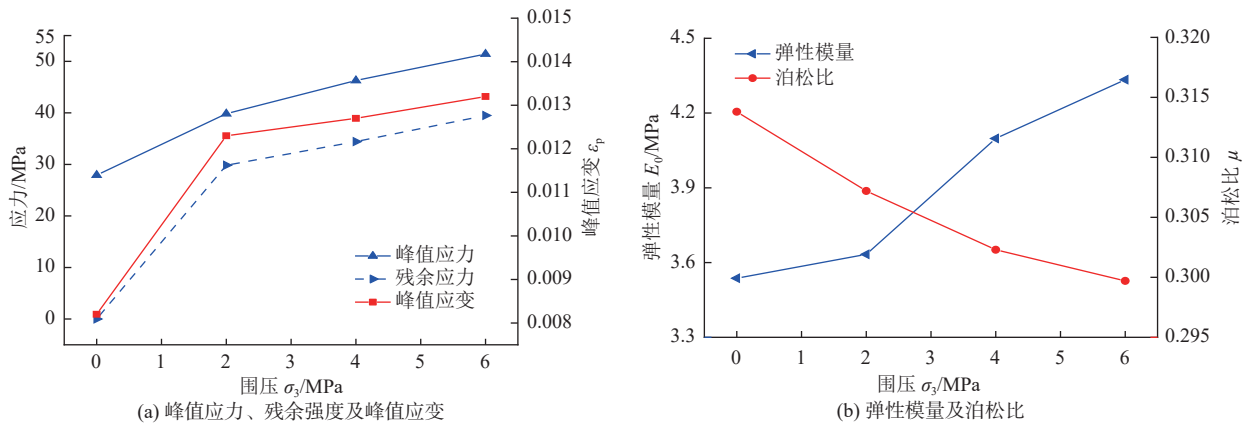
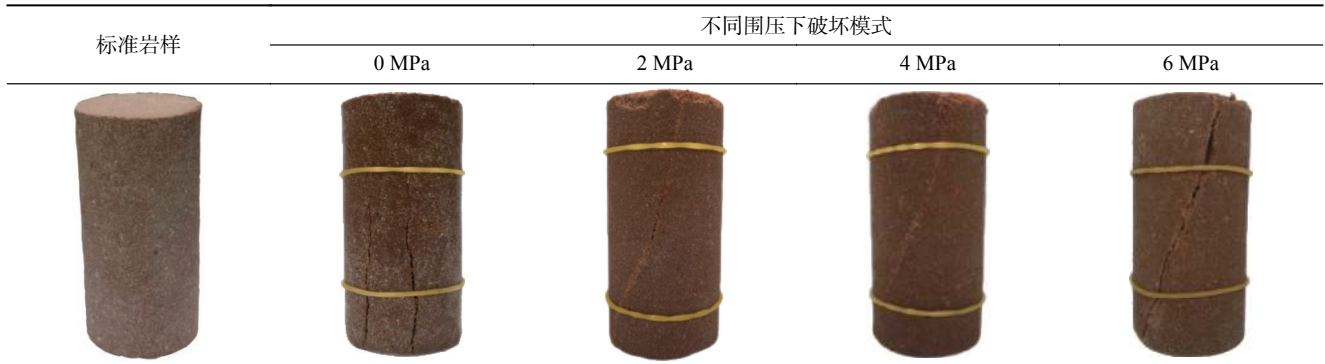


图 2 不同围压下红砂岩力学参数

Fig.2 Mechanical parameters of red sandstones under different confining pressures

通过图 2 可知,随着围压的增加,抗压强度及弹性模量逐渐增加,表明围压抑制了红砂岩内部损伤,改善内部结构,抵抗变形破坏能力增强;围压作用导致红砂岩内部孔隙、孔洞被压密,受荷过程中达到峰值强度对

应的应变增加,塑性特征逐渐增强,同时围压限制了红砂岩侧向变形,导致泊松比随围压的增加逐渐减小;由于围压的存在,红砂岩完全破坏后,颗粒间较为紧密,致使颗粒间的摩擦力提供的残余强度增加。

由表 1 可知, 围压 0 MPa 时岩样在受力过程中裂纹从两端开始萌生起裂, 随着轴向荷载不断增大, 裂纹不断发展直至岩样破坏, 表现为明显的拉伸破坏; 围压 2 MPa 时岩样破坏模式主要以剪切破坏为主、拉伸破坏为辅; 围压 4 及 6 MPa 时岩样的三轴压缩均为剪切破坏, 刚开始加载时端部裂纹萌生起裂, 随着荷载的不断增大, 裂纹不断发展汇合贯通, 最终导致岩样破坏; 对比单轴及三轴压缩试验结果, 岩样破坏模式由拉伸破坏向剪切破坏转变, 且随围压的增大岩样越难以破坏, 抗压强度提高, 其完全破坏时岩样裂纹显著。

### 3.2 围压对模型参数影响分析

不同围压作用下, 岩石宏观力学参数按照一定的规律变化, 引起模型参数的改变, 将图 2 的力学参数代入式(16) 和式(17), 获得不同围压下对应的模型参数  $f$  和  $m$ , 由于模型参数  $m$  变化较大, 为了便于分析, 对其取对数  $\ln m$ , 结果如图 3 所示。

由图 3 可知, 随着围压的增加, 模型参数  $f$  和  $m$  均逐渐减小。围压由 0、2、4 MPa 逐渐增加到 6 MPa, 模型参数  $f$  分别降低了 42.79%、61.74% 和 66.43%, 模型参数  $m$  的对数  $\ln m$  分别减小了 45.64%、63.70% 和 68.30%, 表明由单轴受力转为三轴压缩, 模型参数  $f$  和

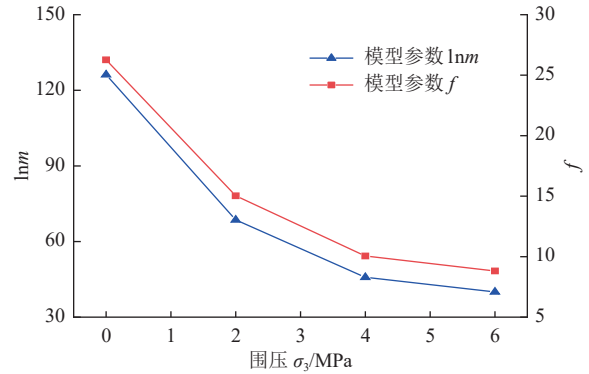


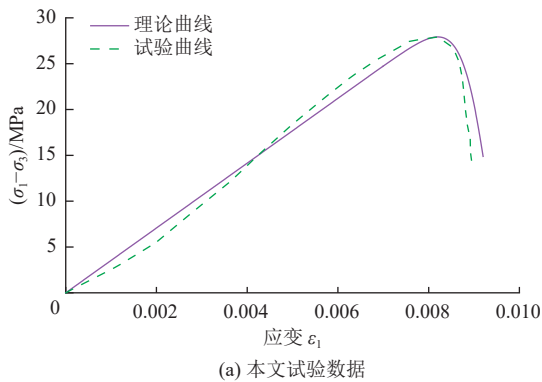
图 3 不同围压下对应的模型参数

Fig.3 Model parameters under different confining pressures

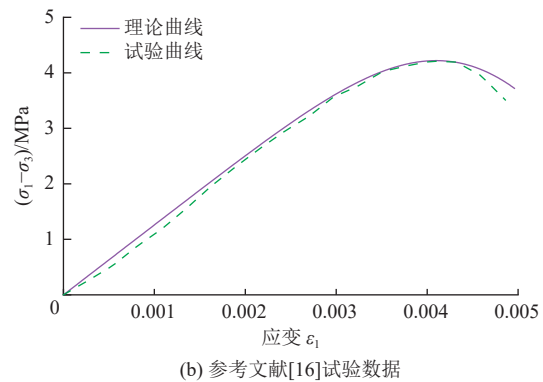
$m$  均减少较多, 在此种情况下, 红砂岩由脆性破坏转变为延性破坏; 而随着围压增加, 模型参数  $f$  和  $m$  减小速率变缓, 红砂岩塑性破坏特征越发显著。综合表明, 模型参数  $f$  和  $m$  的改变量可描述岩石压缩脆-延性变形破坏特性。

### 3.3 模型验证

将式(15)一式(17) 及图 2 中的力学参数代入式(12), 获得不同围压下基于动态损伤速率岩石本构模型理论曲线, 并与试验曲线比较, 结果如图 4 和图 5 所示。



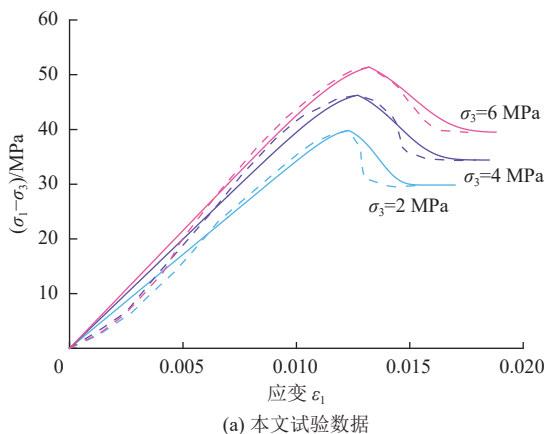
(a) 本文试验数据



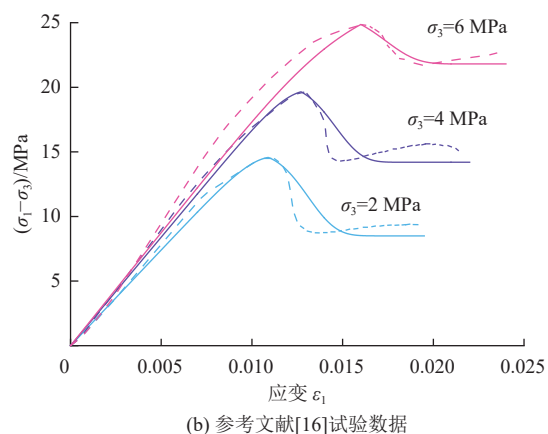
(b) 参考文献[16]试验数据

图 4 单轴压缩下岩石损伤本构模型验证( $\sigma_3 = 0$  MPa)

Fig.4 Verification of the constitutive model for rock damage under uniaxial compression ( $\sigma_3 = 0$  MPa)



(a) 本文试验数据



(b) 参考文献[16]试验数据

图 5 围压作用下岩石损伤本构模型验证(虚线为试验曲线; 实线为理论曲线)

Fig.5 Verification of the constitutive model for rock damage under confining pressures (the dashed lines denote test curves, and the solid lines are theoretical curves)

由图 4 和图 5 可知, 本文所建模型的理论曲线与单轴压缩、围压作用下的试验曲线均较为接近, 可以反映岩石变形破坏的全过程, 从而验证了对本构方程及损伤变量描述的合理性。该模型既可以描述岩石应力-应变曲线峰值前的力学行为, 同时又可以较好地描述峰后单轴压缩下的脆性破坏特征及围压作用下的峰后软化阶段和残余阶段的变形特征。随着围压的增加, 应力-应变曲线弹性阶段延长, 弹性模量不断增加, 峰值点向右上方移动, 表明岩石承载及抵抗变形破坏能力增强, 破坏形式由单轴压缩时的脆性破坏转换为三轴压缩下的延性破坏, 展现出明显的软化及残余变形特征, 且随围压的增加, 该特征越发显著。

#### 4 动态损伤演化特征分析

##### 4.1 演化规律

将式(15)一式(17)及图 2 中的力学参数分别代入式(3)一式(5), 获得不同围压作用下红砂岩动态损伤演化曲线、动态损伤速率曲线和动态损伤加速度曲线, 结果如图 6 所示。

由图 6 可知, 从曲线形态看, 荷载作用下, 红砂岩动态损伤演化近似为“S”形曲线, 动态损伤速率近似为正态分布曲线, 加速度近似为非对称波浪线函数曲线, 这与实际情况一致。因此, 建立的损伤演化方程可用于描述岩石动态损伤过程, 并较好地反映岩石压缩变形的各个阶段。

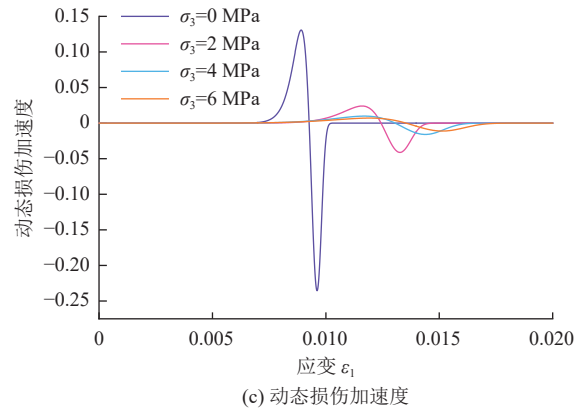
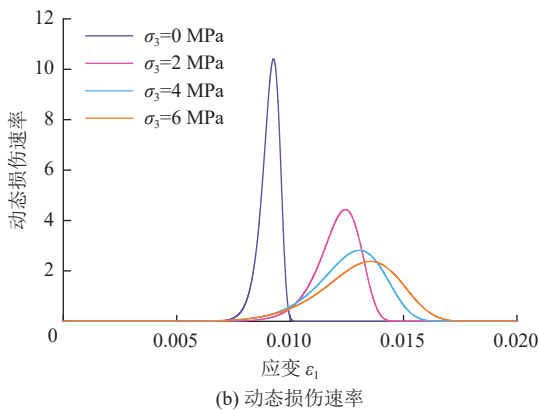
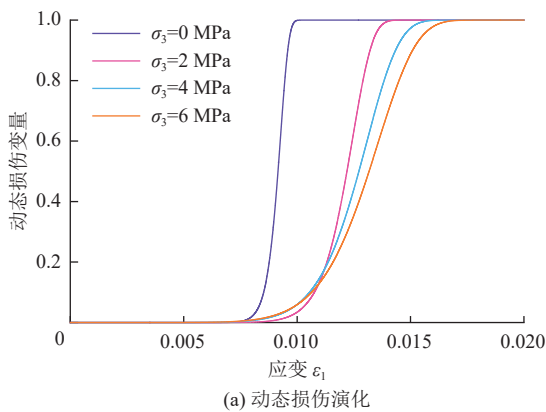


图 6 不同围压下红砂岩动态损伤曲线

Fig.6 Dynamic damage curves of red sandstones under different confining pressures

(1) 损伤不变阶段, 对应受荷初期动态损伤演化曲线近水平段, 损伤变量、损伤速率和损伤加速度为 0。此时, 岩石内部孔隙、裂纹被压密闭合但并未扩展, 没有新的损伤产生, 微元产生弹性变形, 对应应力-应变曲线压密及弹性变形阶段。

(2) 损伤加快扩展阶段, 对应动态损伤演化曲线上凹段, 损伤变量迅速上升, 损伤速率增加, 损伤加速度大于 0。此时, 孔隙、裂纹逐渐扩展且速度加快, 产生塑性屈服, 红砂岩产生不可恢复变形, 对应应力-应变曲线峰前塑性变形阶段。

(3) 损伤缓慢增加阶段, 对应损伤演化曲线的上凸段, 损伤变量逐渐增加, 但曲线缓慢上升, 损伤速率减小, 损伤加速度小于 0。此时, 孔隙、裂隙不断扩展、贯通, 红砂岩强度逐步丧失, 对应应力-应变曲线峰后软化阶段。

(4) 完全损伤阶段, 对应受荷后期动态损伤演化曲线水平段, 损伤变量达到 1, 并保持不变, 损伤速率及加速度再次为 0。此时, 红砂岩内部出现宏观破裂面而完全破坏, 对应应力-应变曲线残余变形阶段。

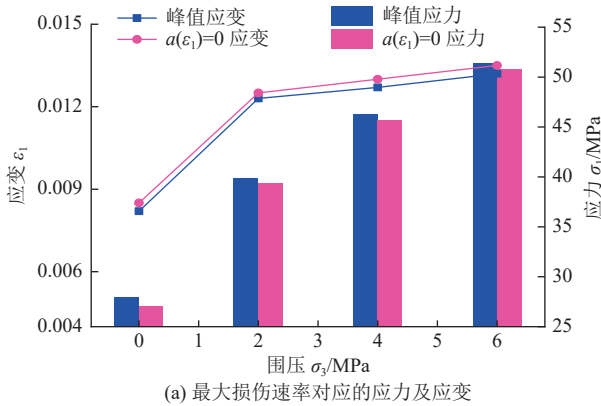
随着围压增大, 相同应变值对应的损伤变量依次变小, 动态损伤速率和加速度曲线右移且峰值点降低, 说明围压能够抑制损伤扩展, 宏观上表现为岩石刚度、强度等宏观特征参量增大; 同时, 损伤程度相同, 对应的应变增加, 动态损伤速率及加速度曲线趋于平缓, 损伤演化对应的应变区间增加, 表明红砂岩损伤累积的增长速度逐渐变缓, 岩石的破坏方式由单轴压缩时的脆性破坏转变为三轴压缩时的延性破坏, 塑性特性随围压的增加渐次增强。

##### 4.2 最大损伤速率特征

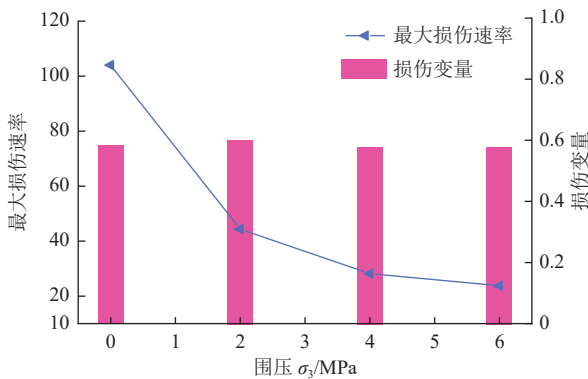
通过式(5)中  $a(\epsilon_1) = 0$ , 可获得动态损伤速率最大值对应的应变值, 将其和式(16)、式(17)、图 2 的试验数据分别代入式(3)、式(4)、式(12), 获得对应的损伤变量、



最大损伤速率和应力值, 并与峰值点对应的应力、应变对比, 结果如图 7 所示。



(a) 最大损伤速率对应的应力及应变



(b) 最大损伤速率及对应的损伤变量

图 7 不同围压下红砂岩动态损伤速率演化曲线

Fig.7 Dynamic damage rate evolution curve of red sandstone under different confining pressures

由图 7 可知, 围压作用下, 红砂岩在最大损伤速率处的强度和损伤变形展现出不同的特点:

(1) 图 7a 中红砂岩最大损伤速率点处于应力-应变峰值点右侧下降阶段, 且十分靠近峰值点, 应变增加不超过 0.000 3, 应力减小值最大 0.88 MPa, 应力、应变变化率均在峰值点的 3% 以内。

(2) 图 7b 中随着围压的增加, 最大损伤速率逐渐减小, 且由围压为 0 MPa 转变为围压 2 MPa 时降低速率最快, 红砂岩表现出脆-延性转变的破坏模式, 而后随着围压的进一步增加, 最大损伤速率降低减缓, 红砂岩塑性特征增强。

(3) 最大损伤速率对应的应力减小而应变增加, 但红砂岩在该处的损伤均约为 0.6, 表明在有无围压作用情况下, 红砂岩达到峰值点时, 其损伤接近六成, 继续施加荷载, 损伤部分逐渐占主导地位, 承载能力下降, 完全破坏后由破裂面之间的摩擦力承担, 不再随着变形的增加而改变。

### 5 模型参数对岩石特征的影响

建立的基于动态损伤速率的岩石本构模型和损伤

演化方程中, 包含了 2 个影响本构模型和动态损伤演化曲线尺度和形态的分布参数。式(16)和式(17)表明, 特定围压下, 模型参数  $f$  和  $m$  受力学参数的影响。因而, 力学参数的准确选取影响模型参数值, 并进一步影响模型曲线和损伤演化规律。本文以围压 2 MPa 为例, 将 2 个模型参数单独进行分析, 探讨各自对岩石强度和损伤变形的影响, 进而说明其物理意义。

#### 5.1 岩石强度

将式(16)、式(17)代入式(12), 结合条件式(13), 并引入图 2 的宏观试验结果, 通过控制变量法, 获得峰值强度分别随模型参数  $f$  和  $m$  的变化情况, 结果如图 8 所示。

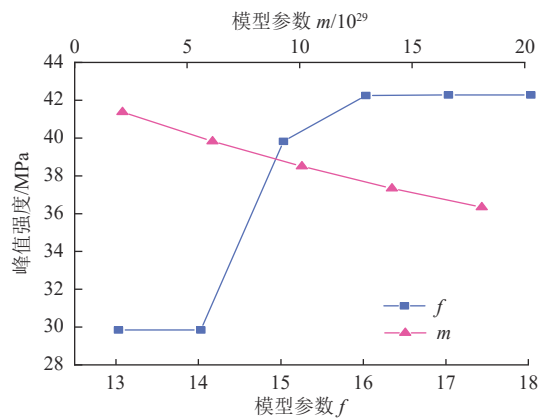


图 8 模型参数对岩石强度的影响

Fig.8 Impacts of model parameters on rock strength

由图 8 可知, 围绕特定围压下模型参数  $f$  变动发现, 随着模型参数  $f$  的增加, 峰值强度逐渐增加, 说明模型参数  $f$  反映了岩石平均强度的大小; 但当  $f$  超过真实值的 6.08% 或低于真实值的 25.06% 后, 岩石的峰值强度保持不变, 而在模型参数  $f$  影响峰值强度增长区间范围内,  $f$  越大, 影响效果降低。随着模型参数  $m$  的增加, 红砂岩峰值强度逐渐减小, 且近似呈线性关系, 说明模型参数  $m$  也可反映岩石强度大小。

#### 5.2 岩石损伤变形

将式(16)、式(17)分别代入式(3)一式(5), 并引入图 2 宏观试验结果, 通过控制变量法, 获得动态损伤变量、损伤速率和损伤加速度分别随模型参数  $f$  和  $m$  的变化规律, 结果如图 9 和图 10 所示。

由图 9 和图 10 可知, 模型参数  $f$  和  $m$  的变化改变了红砂岩损伤演化过程, 对损伤变形有着不同程度的影响, 主要表现在:

(1) 随着模型参数  $f$  的减小, 红砂岩开始产生损伤对应的应变减小, 动态损伤演化曲线越发陡峭, 由开始产生损伤到完全破坏对应的应变区间减小, 动态损伤速率及动态损伤加速度最大值逐渐增加。表明红砂岩塑性破坏特征随着模型参数  $f$  的减小而明显减弱。

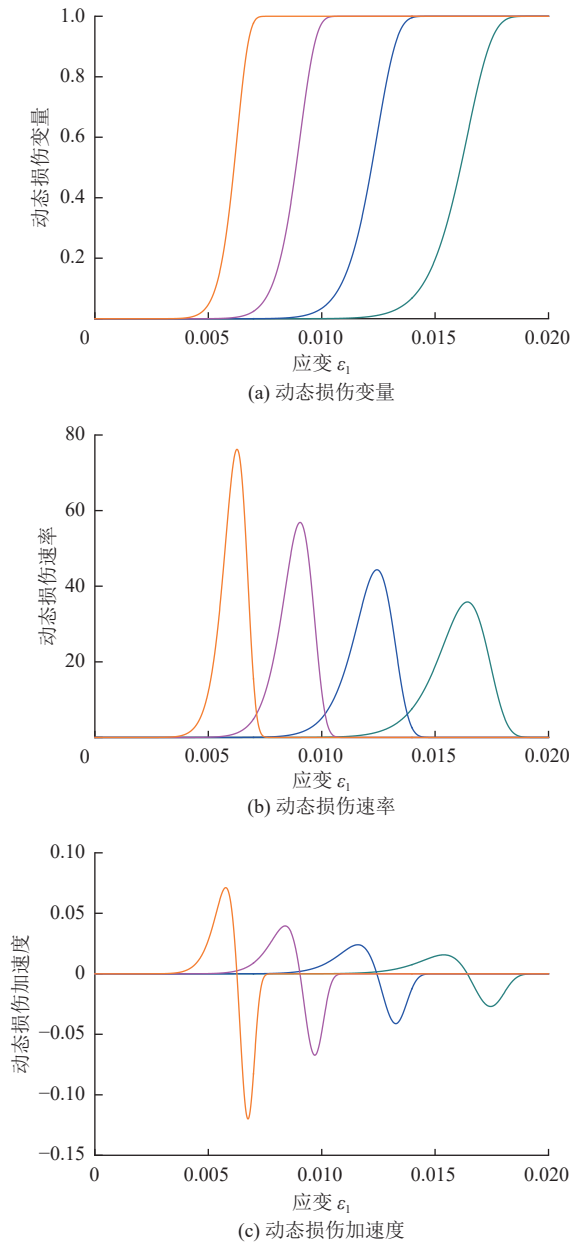


图 9 模型参数  $f$  对荷载作用下岩石动态损伤的影响 ( $\sigma_3 = 2 \text{ MPa}$ ,  $m = 6.13 \times 10^{29}$ )

Fig.9 Impacts of model parameter  $f$  on the dynamic damage of rocks under loading ( $\sigma_3 = 2 \text{ MPa}$ ,  $m = 6.13 \times 10^{29}$ )

(2) 随着模型参数  $m$  的减小, 红砂岩开始产生损伤对应的应变增加, 损伤演化曲线右移, 峰值点降低; 动态损伤速率及加速度最大值逐渐减小, 但幅度有限, 且动态损伤速率曲线所围成的面积基本相等, 则由开始产生损伤到完全破坏, 红砂岩应变区间大小基本未变, 由此表明模型参数  $m$  对受荷过程中岩石损伤变形影响较小。

### 6 结论

(1) 基于荷载作用下岩石的动态损伤速率演化特征, 建立了动态损伤演化方程和本构模型, 较好地描述岩石

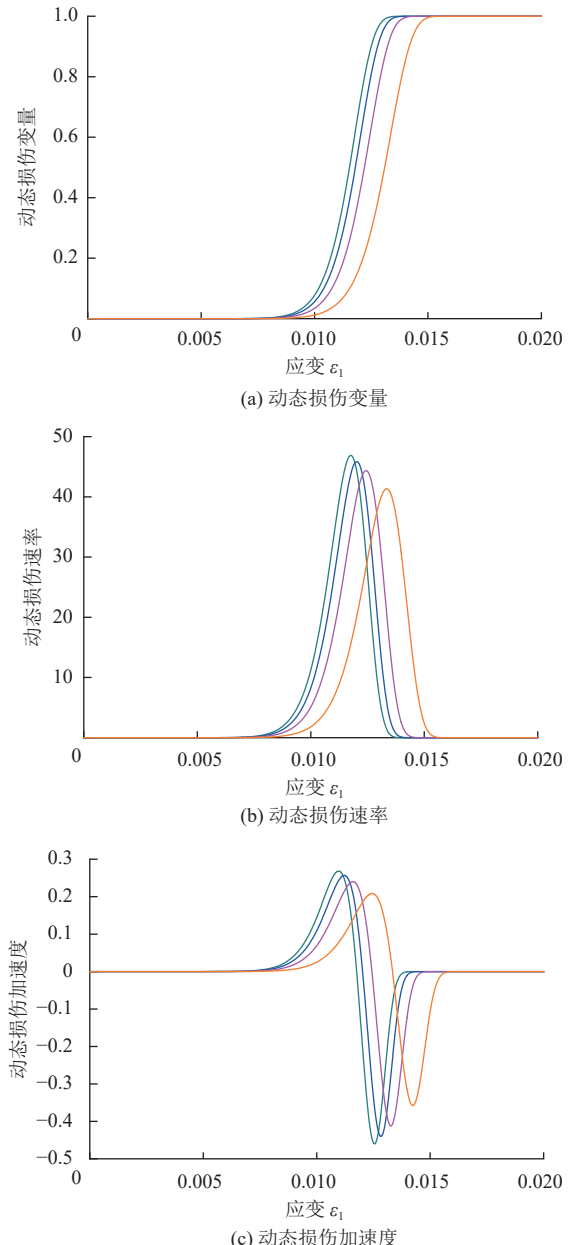


图 10 模型参数  $f$  对荷载作用下岩石动态损伤的影响 ( $\sigma_3 = 2 \text{ MPa}$ ,  $f = 15.03$ )

Fig.10 Impacts of model parameter  $f$  on the dynamic damage of rocks under loading ( $\sigma_3 = 2 \text{ MPa}$ ,  $f = 15.03$ )

损伤变形破坏全过程。模型参数理论表达式表述了岩石损伤的内在机制与其特征参量的一般规律, 模型参数  $f$  对岩石的强度和变形均产生影响, 而模型参数  $m$  对岩石损伤变形影响较小。

(2) 随着围压的增大, 动态损伤变量、损伤速率及加速度曲线趋于平缓, 损伤演化对应的应变区间增加, 损伤累积增长速度变缓, 说明围压能够抑制损伤扩展, 宏观上表现为岩石刚度、强度等宏观特征参量增大, 塑性特性随围压的增加渐次增强。

(3) 红砂岩最大损伤速率点靠近应力-应变峰值点,

可判断不同围压作用下岩石达到最大抗压强度时对应的损伤量趋于相等;随着围压的增加,最大损伤速率减小,且对应的应力及应变均逐渐增加,红砂岩塑性特征渐次增强。

#### 符号注释:

$a(\varepsilon_1)$ 为荷载作用下岩石动态损伤加速度;  $A_0$ 为岩石总面积,  $m^2$ ;  $A_1$ 为岩石未损伤面积,  $m^2$ ;  $A_2$ 为岩石损伤面积,  $m^2$ ;  $C$ 为积分常数;  $E_0$ 为弹性模量, GPa;  $f$ 为模型参数;  $m$ 为模型的应变影响参数;  $S_0$ 为受荷之前的未损伤值;  $\varepsilon_1$ 为轴向名义应变;  $\varepsilon'_1$ 为轴向有效应变;  $\varepsilon_p$ 为峰值应变;  $\mu$ 为泊松比;  $\sigma_1$ 为轴向名义应力, MPa;  $\sigma'_1$ 为轴向有效应力, MPa;  $\sigma_3$ 为侧向名义应力, MPa;  $\sigma'_3$ 为侧向有效应力, MPa;  $\sigma_p$ 为峰值应力, MPa;  $\sigma_r$ 为残余强度, MPa;  $D(\varepsilon_1)$ 为荷载作用下岩石损伤变量;  $\dot{D}(\varepsilon_1)$ 为荷载作用下岩石动态损伤演化速率。

#### 利益冲突声明/Conflict of Interests

所有作者声明不存在利益冲突。

All authors disclose no relevant conflict of interests.

#### 参考文献(References)

- [1] 袁超, 张慧梅, 孟祥振, 等. 内摩擦角对冻融岩石损伤本构模型的影响探讨[J]. *煤田地质与勘探*, 2019, 47(4): 138–143.  
YUAN Chao, ZHANG Huimei, MENG Xiangzhen, et al. Influence of internal friction angle on damage constitutive model of freeze-thaw rock[J]. *Coal Geology & Exploration*, 2019, 47(4): 138–143.
- [2] 曹文贵, 方祖烈, 唐学军. 岩石损伤软化统计本构模型之研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 1998, 17(6): 628–633.  
CAO Wengui, FANG Zulie, TANG Xuejun. A study of statistical constitutive model for soft and damage rocks[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 1998, 17(6): 628–633.
- [3] CHEN Xin, LIAO Zhihong, PENG Xi. Deformability characteristics of jointed rock masses under uniaxial compression[J]. *International Journal of Mining Science and Technology*, 2012, 22(2): 213–221.
- [4] LI Hangzhou, LIAO Hongjian, XIONG Guangdong, et al. A three-dimensional statistical damage constitutive model for geomaterials[J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2015, 29(1): 71–77.
- [5] 黄海峰, 巨能攀, 蓝康文, 等. 岩石统计损伤软化模型及其参数反演[J]. *长江科学院院报*, 2018, 35(6): 102–106.  
HUANG Haifeng, JU Nengpan, LAN Kangwen, et al. Statistical damage softening model for rock and back analysis of its parameters[J]. *Journal of Yangtze River Scientific Research Institute*, 2018, 35(6): 102–106.
- [6] 吴贤振, 刘建伟, 刘祥鑫, 等. 岩石声发射振铃累计计数与损伤本构模型的耦合关系探究[J]. *采矿与安全工程学报*, 2015, 32(1): 28–34.  
WU Xianzhen, LIU Jianwei, LIU Xiangxin, et al. Study on the coupled relationship between AE accumulative ring-down count and damage constitutive model of rock[J]. *Journal of Mining & Safety Engineering*, 2015, 32(1): 28–34.
- [7] 温韬, 唐辉明, 刘佑荣, 等. 影响因子修正的新型岩石损伤统计本构模型[J]. *中国矿业大学学报*, 2016, 45(1): 141–149.  
WEN Tao, TANG Huiming, LIU Yourong, et al. Newly modified damage statistical constitutive model of rock based on impact factor[J]. *Journal of China University of Mining & Technology*, 2016, 45(1): 141–149.
- [8] 蒋维, 邓建, 李隐. 基于对数正态分布的岩石损伤本构模型研究[J]. *地下空间与工程学报*, 2010, 6(6): 1190–1194.  
JIANG Wei, DENG Jian, LI Yin. Study on constitutive model of rock damage based on lognormal distribution[J]. *Chinese Journal of Underground Space and Engineering*, 2010, 6(6): 1190–1194.
- [9] LI Shuchun, XU Jiang, TAO Yunqi, et al. Study on damage constitutive model of rocks based on lognormal distribution[J]. *Journal of Coal Science and Engineering*, 2007, 13(4): 430–433.
- [10] 岳洋. 基于不同分布的岩石损伤本构模型比较[J]. *山西建筑*, 2010, 36(24): 137–138.  
YUE Yang. Comparison of damage constitutive model of rock mass based on different distribution[J]. *Shanxi Architecture*, 2010, 36(24): 137–138.
- [11] 赵红鹤, 高富强, 杨小林. 基于不同分布的分段式岩石损伤本构模型[J]. *矿业研究与开发*, 2015, 35(4): 64–67.  
ZHAO Honghe, GAO Fuqiang, YANG Xiaolin. Study on segmentary damage constitutive model based on different distribution[J]. *Mining Research and Development*, 2015, 35(4): 64–67.
- [12] LI Yuwei, JIA Dan, RUI Zhenhua, et al. Evaluation method of rock brittleness based on statistical constitutive relations for rock damage[J]. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2017, 153: 123–132.
- [13] 秦跃平, 张金峰, 王林. 岩石损伤力学理论模型初探[J]. *岩石力学与工程学报*, 2003, 22(4): 646–650.  
QIN Yueping, ZHANG Jinfeng, WANG Lin. Preliminary discussion on theoretical model of rock damage mechanics[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2003, 22(4): 646–650.
- [14] 刘冬桥, 郭允朋, 李杰宇, 等. 基于声发射的脆性岩石单轴压缩损伤演化与本构模型[J]. *中国矿业大学学报*, 2023, 52(4): 687–700.  
LIU Dongqiao, GUO Yunpeng, LI Jieyu, et al. Damage evolution and constitutive model of brittle rock under uniaxial compression based on acoustic emission[J]. *Journal of China University of Mining & Technology*, 2023, 52(4): 687–700.
- [15] 潘继良, 郭奇峰, 田莉梅, 等. 基于统一强度理论的岩石统计损伤软化本构模型及其参数研究[J]. *矿业研究与开发*, 2019, 39(8): 38–42.  
PAN Jiliang, GUO Qifeng, TIAN Limei, et al. Study on rock statistical damage softening constitutive model and its parameters based on the unified strength theory[J]. *Mining Research and Development*, 2019, 39(8): 38–42.
- [16] 张慧梅, 雷利娜, 杨更社, 等. 围压条件下岩石本构模型及损伤特性[J]. *中国矿业大学学报*, 2015, 44(1): 59–63.  
ZHANG Huimei, LEI Lina, YANG Gengshe. Characteristic and representative model of rock damage process under constant confining stress[J]. *Journal of China University of Mining & Technology*, 2015, 44(1): 59–63.
- [17] 童立红, 伍冰妮, 吴琳琳, 等. 砂岩应变相关变形损伤本构理论及试验研究[J]. *长江科学院院报*, 2023, 40(8): 105–111.

- TONG Lihong, WU Bingni, WU Linlin, et al. Constitutive theory and experimental study on strain-dependent deformation damage of sandstone[J]. *Journal of Changjiang River Scientific Research Institute*, 2023, 40(8): 105–111.
- [18] LIN Yun, GAO Feng, ZHOU Keping, et al. Mechanical properties and statistical damage constitutive model of rock under a coupled chemical-mechanical condition[J]. *Geofluids*, 2019, 2019: 7349584.
- [19] 房智恒. 基于 Mohr-Coulomb 准则的岩石损伤本构模型研究[J]. *矿业工程研究*, 2017, 32(1): 7–13.  
FANG Zhiheng. Rock damage constitutive model based on Mohr-Coulomb criterion[J]. *Mineral Engineering Research*, 2017, 32(1): 7–13.
- [20] 石崇, 蒋新兴, 朱珍德, 等. 基于 Hoek-Brown 准则的岩石损伤本构模型研究及其参数探讨[J]. *岩石力学与工程学报*, 2011, 30(增刊 1): 2647–2652.  
SHI Chong, JIANG Xinxing, ZHU Zhende, et al. Study of rock damage constitutive model and discussion of its parameters based on Hoek-Brown criterion[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2011, 30(Sup.1): 2647–2652.
- [21] 冯清波, 王明帅, 江信东, 等. 基于 SMP 准则的岩石统计损伤本构模型[J]. *黑龙江科技大学学报*, 2021, 31(1): 38–42.  
FENG Qingbo, WANG Mingshuai, JIANG Xindong, et al. Statistical damage constitutive model for rock based on SMP criterion[J]. *Journal of Heilongjiang University of Science and Technology*, 2021, 31(1): 38–42.
- [22] 简兵希, 陶铁军, 贾健, 等. 基于 Lade-Duncan 强度准则的软岩损伤本构模型研究[J]. *应用力学学报*, 2023, 40(6): 1384–1392.  
JIAN Bingxi, TAO Tiejun, JIA Jian, et al. Study on damage constitutive model of soft rock based on Lade-Duncan strength criterion[J]. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 2023, 40(6): 1384–1392.
- [23] 孙传猛, 曹树刚, 李勇, 等. 含初始损伤的煤统计损伤本构模型研究[J]. *中国矿业大学学报*, 2016, 45(2): 244–253.  
SUN Chuanmeng, CAO Shugang, LI Yong, et al. Study of initial damage considered statistic mesoscopic damage constitutive model of coal[J]. *Journal of China University of Mining & Technology*, 2016, 45(2): 244–253.
- [24] 刘志祥, 晏孟洋, 张双侠, 等. 考虑岩石微缺陷影响的损伤本构模型[J]. *黄金科学技术*, 2023, 31(3): 507–515.  
LIU Zhixiang, YAN Mengyang, ZHANG Shuangxia, et al. Damage constitutive model considering the effect of rock microdefects[J]. *Gold Science and Technology*, 2023, 31(3): 507–515.
- [25] 彭志雄, 曾亚武. 基于裂纹扩展作用下的岩石损伤力学模型[J]. *东北大学学报(自然科学版)*, 2022, 43(12): 1784–1791.  
PENG Zhixiong, ZENG Yawu. Microcrack propagation-based damage mechanics model of rock[J]. *Journal of Northeastern University (Natural Science)*, 2022, 43(12): 1784–1791.
- [26] MENG Xiangzhen, ZHANG Huimei, YUAN Chao, et al. Damage constitutive prediction model for rock under freeze-thaw cycles based on mesoscopic damage definition[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2023, 293: 109685.
- [27] 李盛南, 肖俊, 李玉, 等. 基于细观裂纹扩展演化的岩石损伤本构模型研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2023, 42(3): 640–648.  
LI Shengnan, XIAO Jun, LI Yu, et al. A new damage constitutive model of rock considering microscopic crack growth[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2023, 42(3): 640–648.
- [28] 杨圣奇, 徐卫亚, 韦立德, 等. 单轴压缩下岩石损伤统计本构模型与试验研究[J]. *河海大学学报(自然科学版)*, 2004, 32(2): 200–203.  
YANG Shengqi, XU Weiya, WEI Lide, et al. Statistical constitutive model for rock damage under uniaxial compression and its experimental study[J]. *Journal of Hohai University (Natural Sciences)*, 2004, 32(2): 200–203.
- [29] 李树春, 许江, 李克钢, 等. 基于 Weibull 分布的岩石损伤本构模型研究[J]. *湖南科技大学学报(自然科学版)*, 2007, 22(4): 65–68.  
LI Shuchun, XU Jiang, LI Kegang, et al. Study on damages constitutive model of rocks based on Weibull distributing[J]. *Journal of Hunan University of Science & Technology (Natural Science Edition)*, 2007, 22(4): 65–68.
- [30] LIU Siqu, ZHENG Yonglai, DENG Shuxin. Study on the constitutive model of rock damage based on intermediate principal stress criterion[J]. *Hans Journal of Civil Engineering*, 2016, 5(5): 171–180.
- [31] 曹瑞琅, 贺少辉, 韦京, 等. 基于残余强度修正的岩石损伤软化统计本构模型研究[J]. *岩土力学*, 2013, 34(6): 1652–1660.  
CAO Ruilang, HE Shaohui, WEI Jing, et al. Study of modified statistical damage softening constitutive model for rock considering residual strength[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2013, 34(6): 1652–1660.
- [32] 李海潮, 张升. 基于修正 Lemaitre 应变等价性假设的岩石损伤模型[J]. *岩土力学*, 2017, 38(5): 1321–1326.  
LI Haichao, ZHANG Sheng. A constitutive damage model of rock based on the assumption of modified Lemaitre strain equivalence hypothesis[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2017, 38(5): 1321–1326.
- [33] 周永强, 盛谦, 冷先伦, 等. 考虑残余强度和阈值影响的岩石弹性损伤统计模型[J]. *长江科学院院报*, 2016, 33(3): 48–53.  
ZHOU Yongqiang, SHENG Qian, LENG Xianlun, et al. Statistical constitutive model of elastic damage for rock considering residual strength and threshold[J]. *Journal of Yangtze River Scientific Research Institute*, 2016, 33(3): 48–53.
- [34] 曹文贵, 赵衡, 李翔, 等. 基于残余强度变形阶段特征的岩石变形全过程统计损伤模拟方法[J]. *土木工程学报*, 2012, 45(6): 139–145.  
CAO Wengui, ZHAO Heng, LI Xiang, et al. A statistical damage simulation method for rock full deformation process with consideration of the deformation characteristics of residual strength phase[J]. *China Civil Engineering Journal*, 2012, 45(6): 139–145.
- [35] 季明, 孙中光, 刘文朋, 等. 基于幂函数分布的砂岩损伤本构模型研究[J]. *西安建筑科技大学学报(自然科学版)*, 2023, 55(3): 324–331.  
JI Ming, SUN Zhongguang, LIU Wenpeng, et al. Study on sandstone damage constitutive model based on power function distribution[J]. *Journal of Xi'an University of Architecture & Technology (Natural Science Edition)*, 2023, 55(3): 324–331.
- [36] 张超, 俞缙, 白允, 等. 基于强度理论的岩石脆延转化统计损伤本构模型[J]. *岩石力学与工程学报*, 2023, 42(2): 307–316.  
ZHANG Chao, YU Jin, BAI Yun, et al. Statistical damage constitutive model of rock brittle-ductile transition based on strength theory[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2023, 42(2): 307–316.

(责任编辑 周建军)