

8-25-2019

## A method of random noise suppression based on compressed sensing

YANG Liangang

*Tarim Oilfield Company, PetroChina, Korla 841000, China; School of Geoscience and Technology, Southwest Petroleum University, Chengdu 610500, China*

LI Lingyun

*Geophysical Research Institute, Shengli Oilfield Company, SINOPEC, Dongying 257022, China*

YANG Yumei

*Research Institute of Engineering Technology, PetroChina Xinjiang Oilfield Company, Karamay 834003, China*

*See next page for additional authors*

Follow this and additional works at: <https://cge.researchcommons.org/journal>



Part of the [Earth Sciences Commons](#), [Mining Engineering Commons](#), [Oil, Gas, and Energy Commons](#), and the [Sustainability Commons](#)

---

### Recommended Citation

YANG Liangang, LI Lingyun, YANG Yumei, et al. (2019) "A method of random noise suppression based on compressed sensing," *Coal Geology & Exploration*: Vol. 47: Iss. 4, Article 26.

DOI: 10.3969/j.issn.1001-1986.2019.04.025

Available at: <https://cge.researchcommons.org/journal/vol47/iss4/26>

This Coal Geophysical Exploration, Mine Geophysical Exploration is brought to you for free and open access by Coal Geology & Exploration. It has been accepted for inclusion in Coal Geology & Exploration by an authorized editor of Coal Geology & Exploration. For more information, please contact [380940179@qq.com](mailto:380940179@qq.com).

---

## A method of random noise suppression based on compressed sensing

### Authors

YANG Liangang, LI Lingyun, YANG Yumei, QU Yuanji, and YAN Ke

文章编号: 1001-1986(2019)04-0165-07

# 一种基于压缩感知的随机噪声压制方法

杨连刚<sup>1,4</sup>, 李凌云<sup>2</sup>, 杨玉梅<sup>3</sup>, 屈元基<sup>1</sup>, 闫柯<sup>4</sup>

(1. 塔里木油田公司, 新疆 库尔勒 841000; 2. 中石化胜利油田物探研究院, 山东 东营 257022;  
3. 新疆油田公司工程技术研究院, 新疆 克拉玛依 834003; 4. 西南石油大学地球科学与技术学院,  
四川 成都 610500)

**摘要:** 随着高精度地震勘探技术的发展, 利用高保真的方法提高地震资料信噪比成为了去噪处理的关键。曲波域阈值法能够有效地压制随机噪声, 但易产生伪吉布斯震荡现象, 造成信号局部畸变, 从而影响处理效果。针对这一问题, 提出一种基于压缩感知理论(Compressing Sensing, 简称 CS)的地震信号去噪方法, 该方法利用随机噪声和有效信号在曲波稀疏域稀疏表征的差异来分离随机噪声。其实现步骤为: 将地震数据变换到曲波域; 利用压缩感知理论和全变差正则化算法重构曲波系数; 曲波逆变换得到压制噪声后的重构地震数据。理论模型和实际资料应用表明, 该方法能够很好规避伪吉布斯现象带来的信号失真问题, 进一步提高了资料的信噪比。



**关键词:** 随机噪声; 曲波变换; 压缩感知; 全变差正则化

**中图分类号:** P631 **文献标识码:** A **DOI:** 10.3969/j.issn.1001-1986.2019.04.025

## A method of random noise suppression based on compressed sensing

YANG Liangang<sup>1,4</sup>, LI Lingyun<sup>2</sup>, YANG Yumei<sup>3</sup>, QU Yuanji<sup>1</sup>, YAN Ke<sup>4</sup>

(1. Tarim Oilfield Company, PetroChina, Korla 841000, China;

2. Geophysical Research Institute, Shengli Oilfield Company, SINOPEC, Dongying 257022, China;

3. Research Institute of Engineering Technology, PetroChina Xinjiang Oilfield Company, Karamay 834003, China;

4. School of Geoscience and Technology, Southwest Petroleum University, Chengdu 610500, China)

**Abstract:** With the development of high precision seismic exploration technology, the use of high fidelity methods to improve the SNR of seismic data becomes the key to denoising. Curvelet threshold method can effectively suppress random noise, but at the same time the method is easy to produce pseudo Gibbs shock phenomenon, resulting in local distortion of the signal, thus affecting the processing effect. To solve this problem, a method of seismic signal denoising based on compressing sensing(CS) is presented in this paper. The method uses the difference between sparse representation of random noise and effective signal in curvelet sparse domain to suppress the separation of random noise. Seismic data are transformed into curvelet domain; Curvelet coefficients are reset by using the compression perception theory and the total variation regularization algorithm; Reconstructed seismic data after curvelet inversion are used to suppress noise. The theoretical model and practical data show that the proposed method can avoid the signal distortion caused by the pseudo-Gibbs phenomenon and further improve the signal-to-noise ratio of the data.

**Keywords:** random noise; curvelet transform; compressing sensing; total variation regularization

随机噪声作为一种背景干扰噪声在地震信号中普遍存在, 严重降低了资料的信噪比及成像质量, 因此研究高保真的随机噪声压制技术变得日益重要。近几十年来, 发展了大量的随机噪声压制方法, 这些方

法主要根据随机噪声与其他地震信号在能量、方向性、连续性、统计特性及变换域等方面的差异来将二者分离。常见的方法有: 奇异值分解法<sup>[1-2]</sup>、 $f-x$  域算子外推法<sup>[3-4]</sup>、多项式拟合法<sup>[5-6]</sup>、高阶统计量法<sup>[7]</sup>、

收稿日期: 2018-03-20

基金项目: 国家自然科学基金项目(41674095); 中石化科技攻关项目(P17021-3)

**Foundation item:** National Natural Science Foundation of China(41674095); Science and Technology Fund of SINOPEC(P17021-3)

第一作者简介: 杨连刚, 男, 1993 年生, 四川内江人, 硕士研究生, 从事复杂地区三维层析反演和去噪方法研究工作。E-mail: 171905167@qq.com

引用格式: 杨连刚, 李凌云, 杨玉梅, 等. 一种基于压缩感知的随机噪声压制方法[J]. 煤田地质与勘探, 2019, 47(4): 165-171.

YANG Liangang, LI Lingyun, YANG Yumei, et al. A method of random noise suppression based on compressed sensing[J]. Coal Geology & Exploration, 2019, 47(4): 165-171.

Curvelet 阈值法<sup>[8-10]</sup>、时频分析<sup>[11-14]</sup>等。这些方法在实际生产中取得了一定的效果，但在提高信噪比的同时存在横向分辨率降低和有效波局部畸变等诸多问题<sup>[15-16]</sup>。因此，进一步研究具有更高保真度的随机噪声压制方法显得非常必要。

压缩感知理论框架最早由 E. J. Candes<sup>[17-18]</sup>、R. Mohammad<sup>[19]</sup>、Y. Tsaig<sup>[20]</sup>等在 2006 年提出，该理论突破了 Nyquist 采样定理的限制并成功实现了信号采样和压缩同步进行。该理论指出：当信号在某个变换域具有稀疏性或可压缩性，可以利用与变换矩阵非相干的测量矩阵将变换系数线性投影为低维观测向量，同时这种投影保持了重建信号所需的信息，通过进一步求解稀疏最优化问题就能够从低维观测向量精确地或高概率精确地重建原始高维信号。压缩感知在地震数据采集<sup>[21]</sup>、噪声衰减<sup>[22]</sup>、插值重建<sup>[23]</sup>、低频信息补偿<sup>[24]</sup>等方面得到了一定的应用。压缩感知重构多采用常规的全变差均衡算法，但应用于压制随机噪声时效果不明显。

针对随机噪声压制过程中存在的问题，本文提出了一种基于压缩感知理论的地震信号随机噪声压制方法，该方法结合压缩感知理论，根据随机噪声在曲波域系数大小、稀疏表征等方面与有效波的差异来压制随机噪声，并在压缩感知重建算法中采用质量好、重构速度快的 TVAL3 全变差正则化算法<sup>[25-26]</sup>，以期压制噪声过程中尽可能保护有效波。

## 1 方法原理

### 1.1 信号的稀疏表征

根据压缩感知理论可知，信号重建必须具备 3 个重要前提条件：信号的稀疏性或可压缩性；测量矩阵的不相干性；合适的优化重建算法。通常时域信号都是非稀疏的，即信号中多数元素是非零的，但是可以通过某些域变换将信号变得稀疏。离散余弦变换(Discrete Cosine Transform, DCT)、小波变换、曲波(Curvelet)变换等都能稀疏表征信号，因此他们常常用作压缩感知的稀疏变换基。对于地震信号而言，其同相轴具有曲线特征，而曲波变换具有各向异性且多尺度、多方向的诸多优点，较离散余弦变换和小波变换稀疏效果更好。目前曲波变换被认为是地震数据稀疏表达最有效的方法之一，因此采用曲波变换来稀疏表征地震信号。

在笛卡尔坐标系下，假定  $0 \leq t_1, t_2 < n$ ， $f[t_1, t_2]$  为输入离散曲波变换，则曲波域系数可定义为<sup>[23]</sup>：

$$c^D(i, j, k) = \sum_{0 \leq t_1, t_2 < n} f[t_1, t_2] \overline{\varphi_{j,l,k}^D[t_1, t_2]} \quad (1)$$

式中  $f[t_1, t_2]$  为输入信号， $\varphi_{j,l,k}^D$  表示离散波形。基于 wrapping 算法核心思想是：围绕原点包裹，对任意区域——映射到原点的仿射区域。具体过程如下：

- a. 将  $f[t_1, t_2]$  应用二维 FFT 变换和傅里叶域采样，得到表达式  $\hat{f}[n_1, n_2] -n/2 \leq n_1, n_2 < n/2$ ；
- b. 每个尺度  $j$ 、角度  $l$  与窗函数作用，得： $\tilde{U}_{j,l}[n_1][n_2] \hat{f}[n_1, n_2]$ ；
- c. 对于每个大小为  $L_1 \times L_2$  窗数据，围绕原点 wrapping： $\tilde{f}_{j,l}[n_1, n_2] = W \left( U_{j,l} \hat{f} \right) [n_1, n_2]$ ， $0 \leq n_1 < L_1$ ， $0 \leq n_2 < L_2$ ；
- d. 对于每个  $\tilde{f}_{j,l}[n_1, n_2]$  做二维 FFT 逆变换，得到曲波域系数  $c^D(j, l, k)$ 。

### 1.2 压缩感知理论及 TVAL3 全变差正则化算法

压缩感知技术，是一种对稀疏或可压缩信号不完全观测并进行信号恢复的技术。

对于稀疏或压缩信号  $x \in R^{n+1}$ ，在测量矩阵  $\phi \in R^{m \times n}$  ( $m \ll n$ ) 下的线性投影记作：

$$y = \phi x, \quad y \in R^{m \times 1} \quad (2)$$

式中  $x = \psi \alpha$ ， $\psi$  为稀疏表达基(这里为 Curvelet 变换基)， $x$  为  $\alpha$  的稀疏表示，从而得到：

$$y = \phi \psi \alpha = A \alpha \quad (3)$$

$$\hat{\alpha} = \arg \min \|\alpha\|_0 \quad \text{s.t. } y = A \alpha \quad (4)$$

当测量矩阵  $\phi$  与稀疏表达基  $\psi$  不相关时(感知矩阵  $\phi = \phi \psi$  满足约束等距性条件)，可以由测量值  $y$  和测量矩阵  $\phi$  求解式(4)最优 L0 范数估计恢复原始信号  $x$ 。由于采用 L0 范数求解条件过于苛刻且是非线性问题，难于用成熟的凸优化算法求解，而 L2 范数求解是一个凸优化问题，因此通常采用 L2 范数代替 L0 范数来建立数学模型。对于 L2 范数最优解问题 Li Chengbo<sup>[26]</sup>提出了 TVAL3 全变差正则化算法，它具有速度快、重建质量高、支持多种测量矩阵和约束条件的优点。

TVAL3 全变差正则化算法，首先通过增强型拉格朗日函数将带约束的模型转变为不带约束的目标函数，然后用交替方向变换迭代求取最优解。全变差正则化压缩感知模型可以记作：

$$\min \sum_i \|D_i u\|_2 \quad \text{s.t. } Au = b \quad (5)$$

式中  $D_i u$  是对  $u$  元素横向和纵向上作离散梯度运算。

令  $\omega_i = D_i u$ ，其对应的拉格朗日增强函数为

$$\min_{\omega_i, u} \sum_i \left( \|\omega_i\|_2 - v_i^T (D_i u - \omega_i) + \frac{\beta}{2} \|D_i u - \omega_i\|_2^2 \right) - \lambda^T (Au - b) + \frac{\mu}{2} \|Au - b\|_2^2 \quad (6)$$

式(6)是一个凸优化问题，但是其不可微也不可导，为此将采用交替最小化的算法进行迭代求解：

对于固定的  $u$ ，所有  $i$  可以通过下式估计  $\omega_i$  的最小值：

$$\min \omega_i = \max \left\{ \left\| D_i u - \frac{v_i}{\beta} \right\|_2 - \frac{1}{\beta}, 0 \right\} \cdot \frac{D_i u - v_i / \beta}{\|D_i u - v_i / \beta\|_2} \quad (7)$$

类似的，固定  $\omega_i$ ，估计  $u$  的最小值：

$$\min u = \sum_i \left( -v_i^T (D_i u - \omega_{i,k+1}) + \frac{\beta}{2} \|D_i u - \omega_{i,k+1}\|_2^2 \right) - \lambda^T (Au - b) + \frac{\mu}{2} \|Au - b\|_2^2 \quad (8)$$

接下来，更新  $\lambda$ 、 $v_i$ ：

$$v_i' = v_i - \beta (D_i u - \omega_i^{(k+1)}) \quad (9)$$

$$\lambda' = \lambda - \mu (Au - b) \quad (10)$$

然后再将式(9)、式(10)中更新的参数  $\mu$  代入式(7)、式(8)，开始循环迭代，直至满足以下任意条件终止：

- a. 式(6)得到最优解；
- b.  $\|u' - u\|_2$  足够小 ( $u'$  为迭代更新后的  $u$  值)；
- c. 达到规定的迭代次数。

一般而言，为了获得更好的重建效果需要多次调整惩罚因子  $\beta$  和  $\mu$  (取值范围一般在  $2^4 \sim 2^{13}$ )，从而选取合适的参数。

### 1.3 基于压缩感知理论去噪策略

地震记录  $x$  可以记作：

$$x = s + p + n \quad (11)$$

式中  $x$  为实际地震记录， $s$  为有效信号， $p$  规则干扰， $n$  为随机干扰。

地震记录本身在时域不具有稀疏性，首先需进行 Curvelet 变换来满足压缩感知必须具备的稀疏性。即：

$$x' = \psi x \quad (12)$$

$\psi$  为 Curvelet 变换基， $x'$  为曲波域地震数据。

通过 Curvelet 变换能够在 Curvelet 域很好地稀疏表征规则信号  $s$  或  $p$ ，而随机信号由于没有固定的频率和视速度且随机分布在地震记录中，难以在 Curvelet 域具有稀疏性。利用阈值法将单个尺度、角度下的曲波系数划分为较大、较小二类系数，一般认为较小的系数大部分是噪声信息。

然后，依据压缩感知理论，选取一个与 Curvelet 变换基  $\psi$  不具相干性的测量矩阵  $\phi \in \mathbf{R}^{m \times n}$  ( $m \ll n$ )，两者相乘得到感知矩阵  $A$ 。鉴于高斯矩阵与绝大多数稀疏信号不相干，因此这里选用一个服从  $N(0, \frac{1}{N})$  正态分布、大小为  $M \times N$  的高斯随机矩阵来满足压缩感知理论对于随机投影矩阵的要求。

$$y = \phi x' = \phi \psi x = Ax \quad (13)$$

依据压缩感知理论可知，信号被稀疏表达的程度越高，越容易被重建，从而选取合适的重建算法就可以将随机干扰从地震记录中分离开来。将上述问题转化为求  $L_2$  范数约束条件下最优解问题，并利用前文提到的 TVAL3 全变差正则化算法求解式(13)。通过在曲波稀疏域全变差正则化得到压制了随机噪声的重建信号  $\hat{x}$ 。具体步骤如下：将含有噪声的地震记录曲波正变换到曲波系数域；对曲波域不同尺度不同方向的曲波系数，选取 TVAL3 算法中合适的惩罚因子  $\beta$  和  $\mu$ ，并采用 TVAL3 全变差正则化算法重构各个曲波系数；再通过曲波逆变换得到随机噪声压制后的记录。图 1 为随机噪声压制流程图。

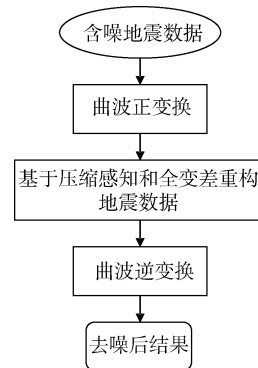


图 1 随机噪声压制流程图

Fig.1 Flowchart of random noise attenuation

## 2 理论合成及应用实例

### 2.1 含噪记录信噪比计算

为了方便定量地评价不同去噪方法噪声压制效果，本文采用 2 种方法计算信噪比。

首先对于理论合成记录，可以直接根据以下公式计算信噪比，即：

$$\text{SNR} = 20 \lg \left( \frac{\|s\|_2}{\|x - s\|_2} \right) \quad (14)$$

式中  $s$  为不含噪记录， $x$  为实际含噪记录。

对于实际地震记录而言，不含噪记录难以得到，因此本文采用相关时移法估算信噪比<sup>[27]</sup>，即：

$$SNR = 20\lg\left(\frac{E_s}{E_N}\right) = 20\lg\left(\frac{N\sum_{i=1}^{N-1} Q_{i,i+1}}{(N-1)\sum_{i=1}^{N-1} Q_{i,i+1}(0) - N\sum_{i=1}^{N-1} Q_{i,i+1}}\right) \quad (15)$$

式中  $E_s$  为信号能量,  $E_N$  为噪声能量,  $Q_{i,i+1}$  为相邻道间最大的互相关值。

### 2.2 理论合成记录

为了验证本文提出方法的效果,正演合成含有随机噪声的地震单炮记录(SNR=1.131 dB),如图 2a 所

示。图 2b 和图 2c 分别为曲波域阈值法<sup>[28]</sup>(本文采用 Donoho 阈值)去噪结果和本文提出的基于压缩感知理论的随机噪声压制方法去噪结果,表 1 为去噪前后信噪比。对比分析可以得出: 2 种去噪方法都能在一定程度上提高资料信噪比,改善地震同相轴的连续性,本文方法获得的信噪比高于阈值法信噪比; 阈值法在同相轴不连续区域压制随机噪声的同时引入伪吉布斯震荡现象(图 2b 中红色箭头区域),使得地震同相轴发生畸变,连续性降低,导致信号失真;而本文提出方法由于采用重构信号取代阈值法中的截断信号来压制噪声,较好地克服了阈值法去噪产生的信号失真问题,有效提高了资料的信噪比。

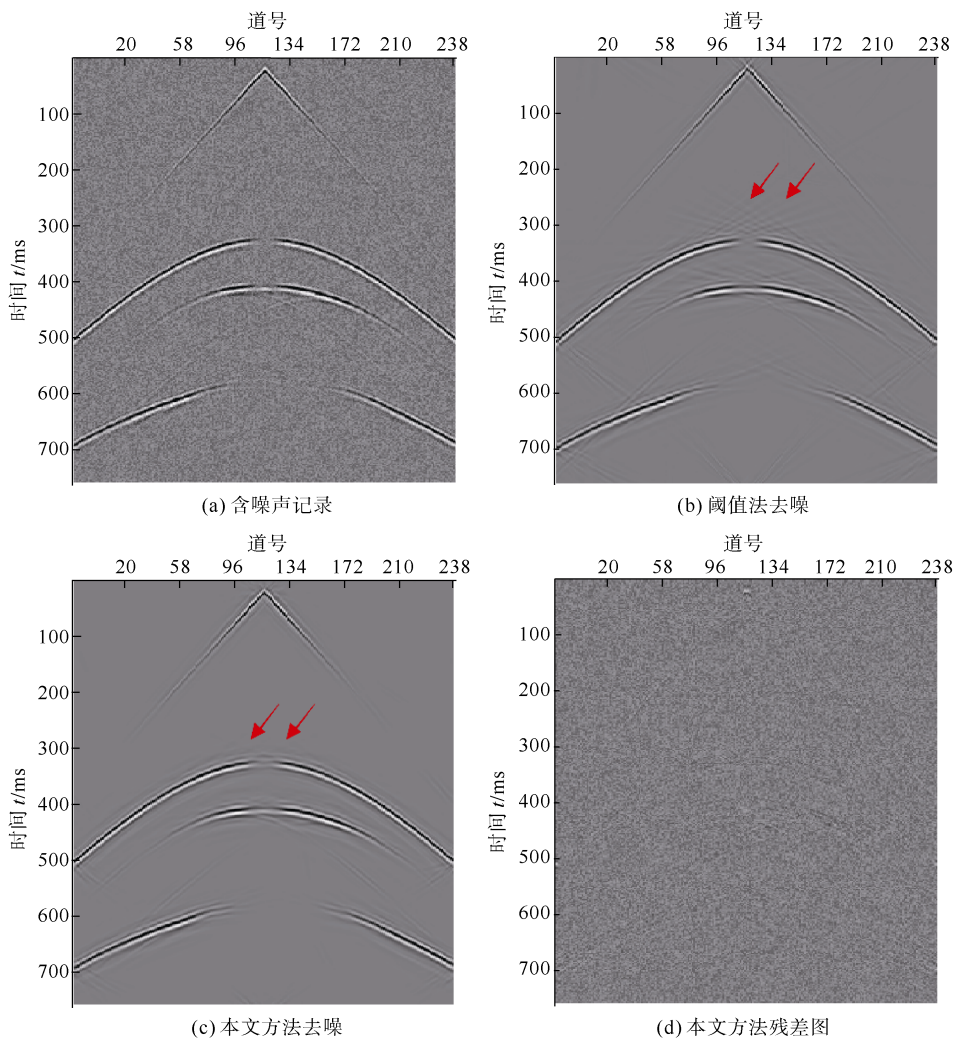


图 2 合成记录去噪结果

Fig.2 De-noising result of synthetic record

表 1 去噪前后信噪比

Table 1 Signal to noise ratio before and after de-noising

参数	原始记录	曲波域阈值法	本文方法
SNR/dB	1.312	24.173	26.557

图 3 为利用 TVAL3 算法求解压缩感知模型时惩罚因子  $\mu$ 、 $\beta$  的选取对去噪结果的影响。从图中可

以看出  $\mu$  值选取时应该适当大一些,而  $\beta$  值选取时应当适当小一些;实际去噪过程中,可以通过多组参数对比试验选取合适的惩罚因子。

图 4 为不同信噪比条件下,阈值法和本文方法去噪结果对比,从去噪后地震记录的信噪比也可以看出本文方法在一定程度上优于阈值法。

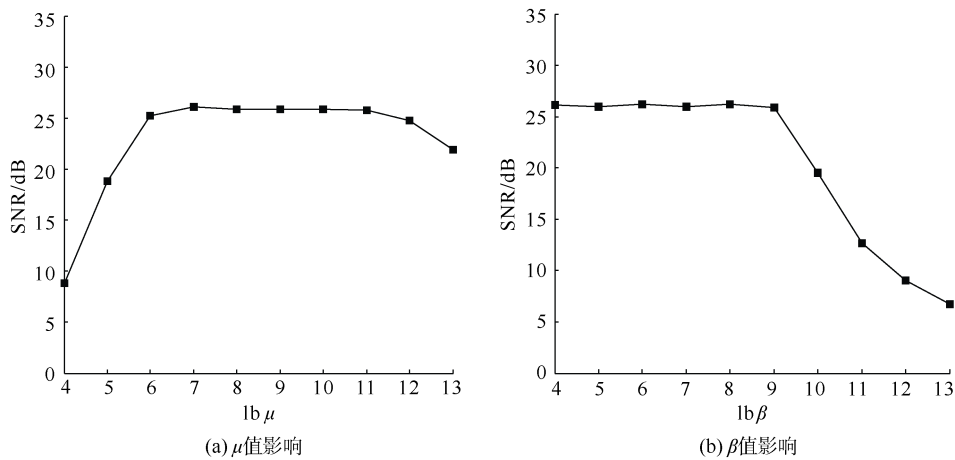


图 3 惩罚因子对去噪结果影响

Fig.3 Effect of penalty factors on de-noising results

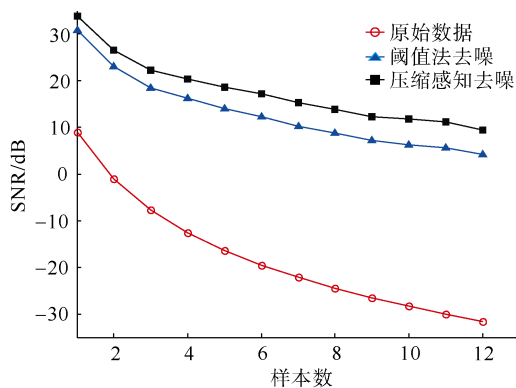


图 4 不同信噪比情况下去噪效果

Fig.4 De-noising noise effect of different signal to noise ratio

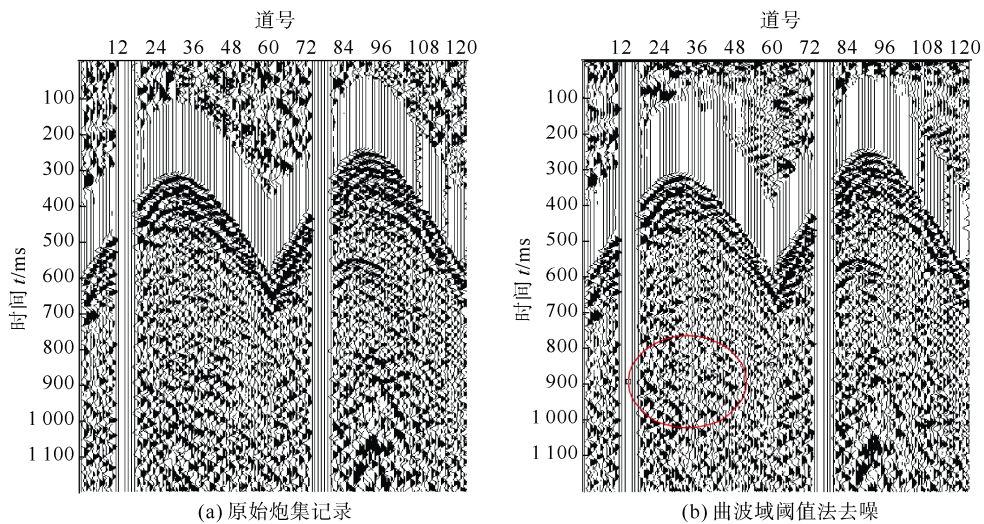
### 2.3 实际地震记录

图 5a 为某地区实际三维炮集数据，原始炮集信噪比较低，由于随机噪声的干扰地震同相轴模糊，为压制随机干扰，这里分别采用了阈值法和

本文提出的基于压缩感知的去噪方法对其进行处理。图 5b 为阈值法处理效果，经过阈值处理随机噪声得到了一定程度上的压制，但部分有效波同相轴振幅变弱，同相轴连续性也未得到有效改善。图 5c 是采用本文方法处理效果，从图中可以明显看到，随机信号衰减，同相轴变得清晰，中深部 (0.8~1.0 s 附近)同相轴连续性得到了很大程度的改善。从表 2 也可以看出，本文方法信噪比改善效果一定程度上优于阈值法。

### 3 结 论

a. 针对常规阈值法随机噪声衰减过程中出现的伪吉布斯现象，提出了一种基于压缩感知理论采用 TVL3 算法的地震信号去噪方法。该方法根据有效信号和随机信号在曲波域系数大小、稀疏表征的差异，通过全变差正则化重构有效信号以此压制随机干扰。



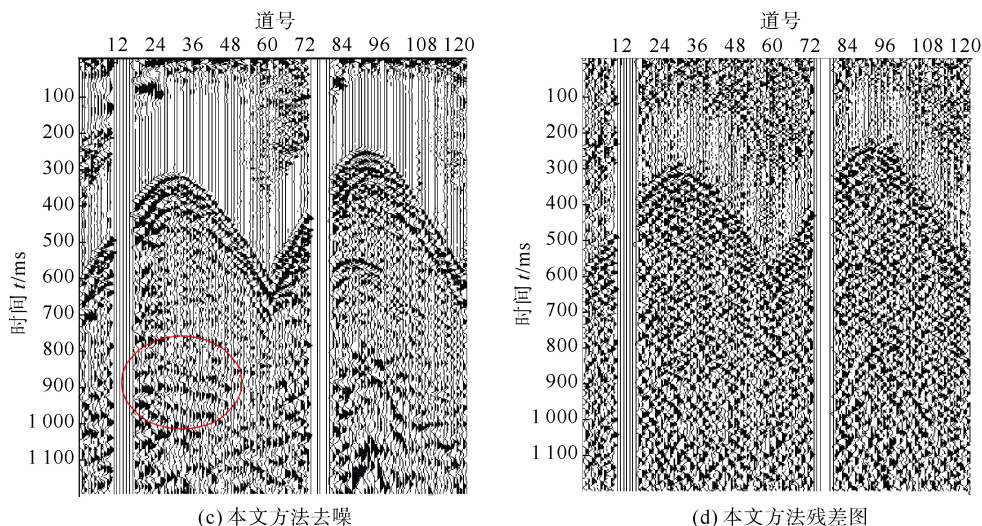


图 5 实际炮集记录去噪效果

Fig.5 De-noising of actual shot gather record

表 2 实际炮集记录去噪前后信噪比

Table 2 Signal to noise ratio of actual shots before and after de-noising

	原始记录	曲波域阈值法	本文方法
SNR/dB	-52.994	-51.976	-50.337

b. 数值试验结果表明,与阈值法去噪相比,本文提出的去噪方法可以有效克服阈值法压制随机噪声过程带来的伪吉布斯现象,具有更高的保真度。实际炮集记录应用效果表明,本文提出方法能够有效压制随机噪声,进一步提高了地震资料的信噪比,具有一定的实际应用前景。

c. 在计算效率上,由于本文提出的去噪方法需要采用全变差正则化算法求解压缩感知模型来重构曲波系数,该过程耗时较长,因此,它的计算效率相较于其他随机干扰去噪方法较低,但是由于各个尺度、方向下曲波系数的重构过程相互独立,因此建议采用 CPU 或 GPU 并行加速求解,从而使该方法更好地适用于实际地震资料的处理。

参考文献

[1] LU Wenkai. Adaptive noise attenuation of seismic images based on singular value decomposition and texture direction detection[J]. Journal of Geophysics and Engineering, 2006, 3(1): 28-34.  
 [2] 沈鸿雁,李庆春. 频域奇异值分解(SVD)地震波场去噪[J]. 石油地球物理勘探, 2010, 45(2): 185-189.  
 SHEN Hongyan, LI Qingchun. SVD(singular value decomposition) seismic wave field noise elimination in frequency domain[J]. Oil Geophysical Prospecting, 2010, 45(2): 185-189.  
 [3] 蔡加铭,周兴元,吴律.  $f-x$  域算子外推去噪技术研究[J]. 石油地球物理勘探, 1999, 34(3): 325-331.  
 CAI Jiaming, ZHOU Xingyuan, WU Lyu. A technique for noise

elimination using operator extrapolation  $f-x$  domain[J]. Oil Geophysical Prospecting, 1999, 34(3): 325-331.  
 [4] 熊定钰,钱忠平,赵波,等. 用优频算子外推改善  $f-x$  域滤波性能[J]. 石油地球物理勘探, 2011, 46(2): 211-216.  
 XIONG Dingyu, QIAN Zhongping, ZHAO Bo, et al. Predominant frequency band operator extrapolation to improve noise attenuation in  $f-x$  domain[J]. Oil Geophysical Prospecting, 2011, 46(2): 211-216.  
 [5] 俞寿朋,蔡希玲,苏永昌. 用地震信号多项式拟合提高叠加剖面信噪比[J]. 石油地球物理勘探, 1988, 23(2): 131-139.  
 YU Shoupeng, CAI Xiling, SU Yongchang. Improvement of signal-to-noise ratio of stack section using polynomial fitting of seismic signals[J]. Oil Geophysical Prospecting, 1988, 23(2): 131-139.  
 [6] 钟伟,杨宝俊,张智. 多项式拟合技术在强噪声地震资料中的应用研究[J]. 地球物理学进展, 2006, 21(1): 184-189.  
 ZHONG Wei, YANG Baojun, ZHANG Zhi. Research on application of polynomial fitting technique in highly noisy seismic data[J]. Progress in Geophysics, 2006, 21(1): 184-189.  
 [7] 王书明,王家映. 高阶统计量在大地电磁测深数据处理中的应用研究[J]. 地球物理学报, 2004, 47(5): 929-935.  
 WANG Shuming, WANG Jiaying. Application of higher-order statistics in magnetotelluric data processings[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2004, 47(5): 929-935.  
 [8] HERRMANN F J, WANG Deli, HENNENFENT G, et al. Curvelet-based seismic data processing: A multiscale and nonlinear approach[J]. Geophysics, 2008, 73(1): 1-5.  
 [9] 张恒磊,张云翠,宋双,等. 基于 Curvelet 域的叠前地震资料去噪方法[J]. 石油地球物理勘探, 2008, 43(5): 508-513.  
 ZHANG Henglei, ZHANG Yuncui, SONG Shuang, et al. Curvelet domain-based prestack seismic data denoise method[J]. Oil Geophysical Prospecting, 2008, 43(5): 508-513.  
 [10] 张恒磊,刘天佑,张云翠. 基于高阶相关的 Curvelet 域和空间域的倾角扫描噪声压制方法[J]. 石油地球物理勘探, 2010,



- 45(2) : 208–214.  
ZHANG Henglei, LIU Tianyou, ZHANG Yuncui. High order correlation based dip angle scanning noise elimination method in curvelet domain and space domain[J]. Oil Geophysical Prospecting, 2010, 45(2) : 208–214.
- [11] BOASHASH B, MESBAH M. Signal enhancement by time-frequency peak filtering[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2004, 52(4) : 929–937.
- [12] 林红波, 李月, 徐学纯. 压制地震勘探随机噪声的分段时频峰值滤波方法[J]. 地球物理学报, 2011, 54(5) : 1358–1366.  
LIN Hongbo, LI Yue, XU Xuechun. Segmenting time-frequency peak filtering method to attenuation of seismic random noise[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2011, 54(5) : 1358–1366.
- [13] 董恩清, 刘贵忠, 张宗平. 基于离散 Gabor 变换迭代时变滤波实现地震信号去噪[J]. 煤田地质与勘探, 2000, 28(6) : 48–51.  
DONG Enqing, LIU Guizhong, ZHANG Zongping. A denosing method of seismic data based on iterative time-variant filter of discrete gabor transform[J]. Coal Geology & Exploration, 2000, 28(6) : 48–51.
- [14] 李貅, 宋建平, 马宇, 等. 基于小波分析的 TEM 信号提取[J]. 煤田地质与勘探, 2005, 32(2) : 72–75.  
LI Xiu, SONG Jianping, MA Yu, et al. The abstract of TEM signal based on the wavelet analysis[J]. Coal Geology & Exploration, 2005, 32(2) : 72–75.
- [15] 刘洋, FOMEL Sergey, 刘财, 等. 高阶 seislet 变换及其在随机噪声消除中的应用[J]. 地球物理学报, 2009, 52(8) : 2142–2151.  
LIU Yang, FOMEL S, LIU Cai, et al. High-order seislet transform and its application of random noise attenuation[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2009, 52(8) : 2142–2151.
- [16] 刘伟, 曹思远, 崔震. 基于压缩感知和 TV 准则约束的地震资料去噪[J]. 石油物探, 2015, 54(2) : 180–187.  
LIU Wei, CAO Siyuan, CUI Zhen. Random noise attenuation based on compressive sensing and TV rule[J]. Geophysical Prospecting for Petroleum, 2015, 54(2) : 180–187.
- [17] CANDÈS E J, ROMBERG J, TAO T. Robust uncertainty principles : Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2004, 52(2) : 489–509.
- [18] CANDÈS E J, TAO T. Near-optimal signal recovery from random projections : Universal encoding strategies?[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(12) : 5406–5425.
- [19] MOHAMMAD R. Compressed sensing[M]. Heidelberg : Springer International Publishing, 2013 : 9–22.
- [20] TSAIG Y, DONOHO D L. Extensions of compressed sensing[J]. Signal Processing, 2006, 86(3) : 549–571.
- [21] 王汉闯, 陶春辉, 陈生昌, 等. 基于稀疏约束的地震数据高效采集方法理论研究[J]. 地球物理学报, 2016, 59(11) : 4246–4265.  
WANG Hanchuang, TAO Chunhui, CHEN Shengchang, et al. Study on highly efficient seismic data acquisition method and theory based on sparsity constraint[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2016, 59(11) : 4246–4265.
- [22] HENNENFENT G, HERRMANN F J. Simply denoise : Wavefield reconstruction via jittered undersampling[J]. Geophysics, 2008, 73(3) : 19–28.
- [23] 白兰淑, 刘伊克, 卢回忆, 等. 基于压缩感知的 Curvelet 域联合迭代地震数据重建[J]. 地球物理学报, 2014, 57(9) : 2937–2945.  
BAI Lanshu, LIU Yike, LU Huiyi, et al. Curvelet-domain joint iterative seismic data reconstruction based on compressed sensing[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2014, 57(9) : 2937–2945.
- [24] 韩立国, 张莹, 韩利, 等. 基于压缩感知和稀疏反演的地震数据低频补偿[J]. 吉林大学学报(地球科学版), 2012, 42(增刊 3) : 259–264.  
HAN Liguang, ZHANG Ying, HAN Li, et al. Compressed sensing and sparse inversion based low-frequency information compensation of seismic data[J]. Journal of Jilin University(Earth Science Edition), 2012, 42(S3) : 259–264.
- [25] CANDÈS E, DEMANET L, DONOHO D, et al. Fast discrete curvelet transforms[J]. Multiscale Modeling & Simulation, 2006, 5(3) : 861–899.
- [26] LI Chengbo. An efficient algorithm for total variation regularization with applications to the single pixel camera and compressive sensing[D]. Texas : Rice University, 2010.
- [27] 牛聪, 詹毅, 李辉峰. 对比地震记录信噪比的几种估算方法[J]. 物探化探计算技术, 2006, 28(1) : 5–9.  
NIU Cong, ZHAN Yi, LI Hui Feng. Several estimation methods for comparison of signal to noise ratio of seismic records[J]. Computing Techniques for Geophysical and Geochemical Exploration, 2006, 28(1) : 5–9.
- [28] DONOHO D L. De-noising by soft-thresholding[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1995, 41(3) : 613–627.

(责任编辑 周建军 聂爱兰)